IL
PARAGONE
DE'
CANALI

Considerazione necessaria per ben regolare gli Scoli delle Campagne

DI

TOMASO NARDUCCI

Patrizio Lucchese.

IN LUCCA MDCCXXIII.

Per Leonardo Venturini

Con Licenza de' Superiori.

CORTESE LETTORE.

VOI troverete nuovo, che dopo tanti celebri Autori, che hanno ſcritto ſulla materia dell' acque, io mi arriſchi ancora d' offerirvi queſt' Operetta; e tanto più ne rimarrete ſorpreſo, quanto che in

leggendola non trove-
rete in essa cosa assai uti-
le, ò nuova per merita-
re la pubblica luce.

Quest' istesse conside-
razioni hanno tenuto me
ancora per qualche tem-
po sospeso; e mi ave-
rebbero per certo deter-
minato al silenzio, se due
motivi, di molta forza
per me, non mi avesse-
ro animato a quest' in-
trapresa.

Il primo è l' obbligo,
che tiene ogni Cittadino
di

di Repubblica, di ſempre promuovere, ſia con le opere, ſia col conſiglio, il vantaggio delle pubbliche coſe; L'altro l'animo, che me n'ha dato con la ſua approvazione, uno de' più celebri Matematici del ſecol noſtro, qual'è il Padre Abbate D. Guido Grandi, nella corteſiſſima, ed inſieme erudita Lettera, che me n'ha ſcritta; che ho creduto doverſi ſtampare nel fine della mia Ope-

retta, per non defraudare il Pubblico de' bei lumi, che in essa contengonsi.

Nacque in me accidentalmente il pensiero dell'Opera; Perchè trovatomi impiegato più volte in pubblici ministerj, che avevano attenenza alla materia dell'acque, mi vidi in obbligo di far sopra di esse studio preciso; e dalle operazioni della pratica, e dalle speculazioni insorte tra

mez-

mezzo di essa, n'è risultato questo piccol Trattatello.

Imperocchè nato discorso fra i Periti; se fosse per esser più utile per il felice scolo d'una Campagna un Canale inclinato, che con minor pendenza, ma con linea più corta portasse le sue acque ad un punto, ò recipiente più vicino; ovvero un Canale maggiormente inclinato, che con linea più lunga sca-

ricasse le medesime in un punto più discosto dal suo principio.

Furono pronunziate varie oppinioni, nè io sapendo come deciderle; ricorsi a' Trattati del Guglielmini; ma ben presto mi accorsi, non poter io da' medesimi trar lume sufficiente; bisognando al mio intento il paragone di due Canali, che esso non fa. Rivoltomi allora alla dottrina del moto de' gra-

vi del Galileo, ne ritrassi qualche cognizione confacente al mio bisogno; avendo io, quanto ho potuto, seguitato l'ordine delle sue dimostrazioni. Ma perchè, come avverte nella sua prima Lettera Idrostatica il sopraccitato Guglielmini per bocca del suo avversario Dionisio Papino, i fluidi non sempre seguitano le medesime leggi, che ha dimostrato il Galileo, della discesa de' gravi;

molto maggior chiarezza ricavai dal Trattato del Galileo del Fiume Bisenzio, che fu il fondamento dell' analogie, e proporzioni della mia presente Operetta.

Riuscita però mi sarebbe per avventura malagevole l' impresa, se da' lumi, ed approvazione avuta, come già dissi, dal Padre Abbate Grandi, mio riverito Maestro, non fossi stato animato a finirla.

Tro-

Troverete nella medesima tre principali conclusioni, che possono servire di sicura guida a que' Periti, che abbiano direzione di scoli di Campagne, Laghi, ò Paludi.

La prima, che per cavare da un Lago una data porzione d'acqua per un Canale orizzontale, la brevità della linea non è per se stessa di alcuno giovamento.

La seconda, che ne' Canali, variamente incli-

nati, il più declive ſarà ſempre il meglio per lo ſcolo d'una Campagna, benchè più lungo degli altri.

La terza; che la linea più corta, trattandoſi di ſcoli, è la più utile in quei canali inclinati, che partendoſi da una medeſima orizzontale, terminano ad un'altra orizzontale, come ad un Lago, ò Palude.

Queſto è quanto ho creduto dover premet-

te-

tere per darvi qualche ſaggio della preſente Operetta, e vivete felice.

IL

IL PARAGONE DE' CANALI ORIZZONTALI

Parte Prima.

SUPPOSIZIONE I.

E ſaranno due Canali Orizzontali di larghezza eguale, le velocità medie delle ſezioni de'medeſimi, che ſi paragonano, averanno la proporzione ſudduplicata dell'altezze vive delle mede-

desime sezioni, *come dimostra il Guglielmini coroll.8. prop.3. lib.3. Della misura dell' acque correnti.*

Supposizione II.

Le velocità suddette si potranno ancora dire i quozienti degli spazj de' Canali Orizzontali, divisi per i tempi del passaggio.

Supposizione III.

Le quantità dell' acque, che in varj tempi passano per le sezioni ugualmente larghe, ed ugualmente alte, di due Canali Orizzontali, sono nella ragio-

gione composta delle velocità medie, e de' tempi del passaggio per i detti Canali.

Supposizione IV.

Le sezioni d'un medesimo Canale Orizzontale di larghezza eguale, sono ancora eguali da per tutto, non essendovi maggior ragione, perchè una sia maggiore, ò minore dell' altra.

Supposizione V.

Le quantità dell'acque, che passano per una medesima sezione, sono proporzionali a' tempi, ne' qua-

quali durano le dette acque a scolare da essa.

TEOREMA I.

Proposizione I.

Se in due Canali Orizzontali i tempi del transito dell' acque, che scorrono per i Canali suddetti, saranno uguali, e gli spazj, passati in detti tempi, disuguali, le velocità medie saranno, come gli spazj.

Imperocchè, essendo la lunghezza di un Canale $= a$, e dell'altro $= b$, il tempo corrispondente allo spazio $= a$ sia $= c$, e quello dello spazio $= b$ sia pure $= c$ [per esser uguali i tem-

tempi del tranſito per ſup-
poſizione] ſaranno per *la Suppoſizione* 2. le velocità
medie de' ſuddetti Canali
$\frac{a}{c}$. $\frac{b}{c}$; cioè, come *a*, a *b*
per la prima del ſeſto.

Corollario I.

Da queſto ſi deduce, che l' acque, che ſcorrono le lunghezze di due Canali Orizzontali in tempi uguali, ſaranno tra di loro nella ragione triplicata delle velocità, ſuppoſta la larghezza uguale de' Canali, per il *Coroll.*8. *della propoſ.*3. e *propoſ.*5. *del lib.*3. *Della miſura dell' acque del Guglielmini*; e per-
ciò

ciò essendo le velocità suddette, come gli spazj corsi in tempi uguali, *per il Teorema antecedente*, saranno ancora le quantità dell' acqua suddetta nella triplicata de' medesimi spazj, e l' altezze vive delle sezioni de' Canali, come i quadrati degli spazj, *per la Supposizione prima*.

Corollario II.

Onde per aver non tanto la misura delle velocità medie, che la proporzione delle quantità dell' acque, che scorrono in tempi eguali due Canali Orizzontali ineguali di lunghezza, e di eguale lar-

larghezza, baſta miſurare le medeſime lunghezze; giacchè la proporzione delle lunghezze ſarà quella delle velocità medie, la duplicata la proporzione dell' altezze, e la triplicata quella delle quantità dell' acque, che paſſano ne' tempi medeſimi per i Canali ſuddetti.

Corollario III.

La proporzione de' tempi, ne' quali un' iſteſſa quantità d' acqua $= f$ da eſtrarſi da un Lago, ò divertirſi da una piena ec., paſſerebbe per due Canali Orizzontali a, b, è l' inverſa delle quantità d' acqua

c, d

c, d, che in un medesimo tempo $= e$ passerebbero per qualunqne sezione di essi Canali; Imperocchè per *la Supposizione* 5. si averanno le seguenti analogie. $c . f :: e . \frac{ef}{c}$, e ancora $d . f :: e . \frac{ef}{d}$; e però la proporzione del tempo del transito della medesima acqua $= f$ sarà di $\frac{ef}{c}$ a $\frac{ef}{d}$; e conseguentemente *per la* 14 *del* 6. quella di d a c; il che ec.

Segue avanti in Primo Foglio, Riquerto.

Sco-

Scolio

Si avverta, che quando si parla di estrarre una data quantità d'acqua da un lago, si suppuone, che la superficie del medesimo resti sempre all'istessa Orizzontale, di maniera che tant'acqua entri, quanta n'esce.

TEOREMA II.

Proposizione II.

Se in due Canali orizzontali i tempi del transito saranno diseguali, e le lunghezze de' Canali eguali, le velocità medie dell' acqua

qua, che scorre in detti tempi li Canali suddetti, saranno come i tempi reciprocamente presi.

Siano [per esser eguali] le lunghezze de' due Canali $= a$, il tempo corrispondente al primo Canale sia $= b$, al secondo sia $= c$; saranno per *la Supposizione* 2. le velocità medie $\frac{a}{b}$. $\frac{a}{c}$; e però per *la* 14. *del* 6. averanno le velocità la proporzione di $c . b$; e per conseguenza saranno nella reciproca de' tempi.

* * * * *

Co-

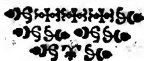
Corollario I.

La proporzione de' tempi del transito d'una data porzione d'acqua per li due Canali, sarà quella de' quozienti de' tempi primieri, divisi per le quantità dell' acqua, che scorre in detti tempi li Canali suddetti.

Fatta l'acqua d'un Canale $= a$, e dell' altro $= b$, i tempi del transito $c . d$, l' acqua del Lago da estrarsi $= e$, con la solita analogia si troverà la proporzione de' tempi del transito della medesima acqua $= e$ per i due Canali (*per la Supposizione* 5.,) quel-

la di $\frac{ec}{a}$. $\frac{ed}{b}$ cioè di $\frac{c}{a}$ a $\frac{d}{b}$

Corollario II.

Similmente da questa propofizione fi deduce il modo di mifurare le velocità medie di due Canali Orizzontali, fe fi terrà conto del tempo, che mette l'acqua nel paffare due fpazj uguali; giacchè la proporzione reciproca de' tempi farà quella delle velocità.

TEO-

TEOREMA III.

Propofizione III.

Se in due Canali Orizzontali i tempi del tranſito dell' acqua ſaranno proporzionali alle lunghezze de' medeſimi, le velocità medie ſaranno eguali.

Ciò è manifeſto; giacchè fatte le lunghezze, ò ſpazj delli due Canali $a.b$; i tempi $c.d$; ſe ſarà $a.b::c.d$, ovvero $a.c::b.d$; dunque ſaranno $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ quozienti eguali di due proporzioni eguali; ma *per la Suppoſizione* 2. queſti ſono le velocità medie; dunque ec.

Corollario I.

Dependendo le velocità medie de' Canali Orizzontali dall' altezza viva delle sezioni de' medesimi, non potrà darsi, che i tempi del transito siano proporzionali alle lunghezze, e per conseguenza le velocità medie eguali, se non ne' Canali Orizzontali, che abbiano eguale altezza viva.

Corollario II.

Si deduce ancora dal *Teorema antecedente, e Supposizione* 3., che l' acque de' Canali, che hanno le con-

condizioni della detta *Suppoſizione*, ſaranno come i tempi del tranſito, cioè come gli ſpazj corſi in detti tempi.

Corollario III.

Se ſi vorrà eſtrarre una data porzione d'acqua d'un Lago per i due Canali, che abbiano le condizioni della *Suppoſizione 3., e Teorema antecedente*; i tempi del tranſito della dett'acqua per i medeſimi ſaranno uguali.

Si dimoſtra. Eſſendo *per il Corollario antecedente* l'acqua, che paſſa per i due Canali, come gli ſpazj corſi, e come i tempi del tran-

fito; fiano gli fpazj *a* . *b*; i tempi del tranfito *c* . *d*; le quantità dell'acqua, che fcorre per i Canali in detti tempi *e* . *f*; faranno per *la Propofizione*, *e Corollario antecedente*, $a . b :: c . d :: e . f$, ed alternando $a . c :: b . d :: c . e :: d . f$; e convertendo $e . c :: f . d$; fia l'acqua del Lago da eftrarfi $= g$, fatte le folite analogie farà per il detto di fopra $e . c :: g . \frac{gc}{e} :: g\ \frac{gd}{f}$, e però $\frac{gc}{e} = \frac{gd}{f}$; il che ec.

TEO-

TEOREMA IV.

Propoſizione IV.

Se in due Canali Orizzontali l'acqua, che paſſa per i medeſimi, paſſerà con eguale velocità media, i tempi del tranſito ſaranno come gli ſpazj e V.V.

Fatti li ſpazj *a*, *b*, e i tempi del paſſaggio *c*, *d*, ſe ſaranno per *la Suppoſizione* 2. $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, eſſendo le velocità due quozienti uguali di due proporzioni, ne verrà queſt'analogia *a*.*b*::*c*.*d*, cioè ſaranno i tempi come gli ſpazj corſi.

Corollario I.

Essendo i tempi del transito come gli spazj corsi, e però *per il suddetto Teorema* le velocità medie essendo eguali, saranno le quantità dell'acque, che passano per i due Canali, quali abbiano le condizioni della *Supposizione 3.*, come gli spazj corsi, per il *Corollario 2. della Proposizione 3.*

Corollario II.

E però per il *Corollario 3. della Proposizione suddetta*, data la porzione d'acqua da estrarsi dal medesimo

per

per i Canali ſuddetti, che abbiano le condizioni del *Teorema antecedente, e Suppoſizione* 3., i tempi del tranſito ſaranno eguali.

TEOREMA V.

Propoſizione V.

Se in due Canali Orizzontali diſeguali di lunghezza, l'acque, che paſſano per li medeſimi, ſi portino con velocità medie diſeguali, gli ſpazj, o lunghezze de' Canali ſuddetti, ſaranno in ragione compoſta delle velocità, e de' tempi.

Si dimoſtra. Siano le lunghezze de' Canali *a*, *b*; i tempi *c*, *d*; ſaranno *per la*

Suppoſizione 2., le velocità $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{d}$; e però a, b, dividendi, in ragione compoſta di c, d, diviſori; e di $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{d}$ quozienti, *per la* 23. *del* 6. il che ec.

Altrimenti ſi manifeſta l'iſteſſa verità. Fatta la compoſizione di ragione $c.d :: a.\frac{ad}{c}$ e come $\frac{a}{c} . \frac{b}{d} :: \frac{ad}{c} . \frac{adbc}{adc}$; onde la ragione compoſta ſarà $a . \frac{ad}{c} . \frac{adbc}{adc}$ e però la proporzione degli ſpazj di $a . b$, che è la ragione primiera de' medeſimi.

Co-

Corollario I.

Sicchè in generale ſe le velocità nel moto equabile (com' è quello de' Canali Orizzontali) ſaranno come i tempi, gli ſpazj corſi ſaranno in duplicata ragione delle velocità, e de' tempi.

Corollario II.

Si deduce, che volendoſi eſtrarre da uno, o più Laghi, una data quantità d' acqua, che paſſi per i Canali di tal ſorta; i tempi del tranſito della dett' acqua ſaranno come i quozienti de' tempi pri-

mieri, divisi per le quantità dell' acque, che passano ne' detti tempi per i Canali suddetti, il che si prova come *al Corollar.* 1. *della seconda Proposizione*.

TEOREMA VI.

Proposizione VI.

Se saranno due Canali Orizzontali, l' acque de' quali abbiano diseguali velocità medie in lunghezze diseguali, i tempi del transito dell' acqua, che passa per i due Canali, saranno nella ragione composta degli spazj, e delle velocità medie reciprocamente prese.

Fatte al solito le lunghez-

ghezze de' Canali a, b, i tempi c, d, saranno le velocità per *la Supposizione* 2. $\frac{a}{c}$. $\frac{b}{d}$; onde se si farà la composizione di ragione $a . b :: c . \frac{cb}{a}$; e poi $\frac{b}{d} . \frac{a}{c}$ $:: \frac{cb}{a} . \frac{cbad}{cab}$, sarà la ragione composta de' tempi $c . \frac{cb}{a}$. $\frac{cbad}{cba}$, cioè di c a d, il che ec.

Corollario

Da questa proposizione si deduce il modo di calcolare la proporzione de' tempi del transito dell' acqua, che passa per due Ca-

Canali data la proporzione delle velocità medie de' medesimi, e le loro lunghezze.

TEOREMA VII.

Proposizione VII.

Se saranno qualsivoglia Canali Orizzontali, la ragione delle velocità medie dell' acque, che passano per i medesimi, sarà in ragione composta degli spazj, e de' tempi presi al contrario.

Stabilite le lunghezze de' Canali a, b; i tempi c, d; le velocità per *la Supposizione* 2. $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{d}$; e fatta la composizione di ragioni

$a . b :: \frac{a}{c} . \frac{ab}{ca} \Big| d . c :: \frac{ab}{ca} .$ $\frac{abc}{cad}$, sarà la composta $\frac{a}{c} .$ $\frac{ab}{ca} . \frac{abc}{cad}$; e la ragione delle velocità $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{d}$, qual'era prima, il che ec.

Corollario

Si deduce ancora da questa proposizione la proporzione, che averanno le velocità medie di due Canali Orizzontali con sapere le loro lunghezze, ed i tempi del passaggio dell'acque per le medesime; giacchè facendo la composizione di ragione di

di spazio a spazio, e di tempo a tempo preso al contrario, la ragione, che ne risulta, sarà quella delle velocità medie de' detti Canali.

TEOREMA VIII.

Proposizione VIII.

Se saranno due Canali Orizzontali di eguale larghezza, ed altezza viva nelle loro sezioni, i tempi del transito d'una data porzione d'acqua da estrarsi da un Lago ec. per i detti Canali, saranno eguali.

Si dimostra. Essendo i Canali suddetti egualmente larghi, e l'acqua egual-

men-

mente alta nelle sezioni de' medesimi, le velocità loro saranno eguali *per la Supposizione 1.;* e per *il Teorema 3. e 4.*, i tempi del transito dell'acqua, che passa per i Canali suddetti, come le lunghezze de' Canali; e però per *il Corollario 3. della Propos.3.*, *e Corollar.2. della Propos.4.* i tempi del passaggio d' una data quantità d'acqua per i Canali suddetti saranno eguali, il che ec.

Scolio.

Dall' antecedente proposizione si ricava, che la maggiore, ò minor lunghezza de' Canali di tal

for-

ſorta non contribuiſce niente al maggiore ſmaltimento dell' acqua medeſima di un Lago ec., e perciò dovendoſi fare ſimili Canali, devono averſi le dovute conſiderazioni ad altri motivi, come della ſpeſa maggiore, ò minore, comodo del barcheggiare, impedimenti di erbe maggiori nel più lungo, che nel più corto, ed altre ragioni, non già (preſcindendo da tali motivi, ed impedimenti) al maggior benefizio dell' eſito dell' acqua, eſſendo queſto uguale, come ſi è dimoſtrato.

IL

IL PARAGONE DE' CANALI INCLINATI, E PERPENDICOLARI

Con altre Considerazioni intorno a i medesimi.

Parte Seconda.

DEFINIZIONE I.

Omento del Canale inclinato, è quella propensione, che hanno l' acque a correre dalla quiete a misura dell' inclinazione de' piani, sopra de' qua-

quali devono correre, e perciò questo si chiamerà momento della discesa.

Definizione II.

Velocità iniziale, ò primitiva, è quella, con cui un mobile sulle prime mosse è disposto a moversi sopra un piano inclinato, e la proporzione di tale velocità è la medesima, che quella delle velòcità acquistate in varj piani dopo un'egual tempo dal principio della scesa.

Supposizione I.

Le suddette velocità iniziali non sono altro, che

che i momenti d' una medesima quantità d' acqua ridotti all' atto di scendere sopra varj piani, e perciò è chiaro, che averanno l' istessa proporzione de' momenti.

Supposizione II.

L'acque, che scorrono per li Canali inclinati in determinati tempi, che abbiano la prima sezione, dalla quale si muovono dalla quiete, egualmente larga, ed egualmente alta, sono in ragione composta de' momenti della discesa, ò siano velocità iniziali, e de' tempi de' passaggi per i detti Canali.

Suppoſizione III.

Benchè l' acqua, che ſcorre per i Canali inclinati, debba riſentire la preſſione dell' acqua, che le ſta ſopra, ſi preſcinde per ora da eſſa, ſupponendo, che ſolo operi a renderla più, ò meno veloce l' inclinazione de' Canali.

Suppoſizione IV.

Finalmente ſi ſuppuone, che eſſendo due Canali inclinati, che debbano ſervir di ſcolo ad un Lago ec., ugualmente larghi, e che comincino dall'

dall' istesso punto, ò Orizzontale; la prima sezione loro, dalla quale l'acqua nel primo instante cominciano a correre dalla quiete, sia egualmente alta.

Questa Supposizione non può esser generalmente vera, ma solo adattabile a quei casi, che siano le prime sezioni, come lumi nella sponda laterale d'un vaso, o ricettacolo, quale sponda sia perpendicolare alla lungezza del Canale, ed abbia di sopra l'acqua alla medesima Orizzontale, come nella *Figura* 1.; dove sia A B C D la superficie dell' acqua del Lago; G E C la sponda perpendicolare al Canale GI;

Figur. 1.

GI; e GFD la sponda pure perpendicolare al Canale BGH; facendosi i due fori GE, GF eguali, saranno questi le prime sezioni eguali de' Canali, supponendo, che la superficie ABCD sia sempre la medesima, ò l'acqua esca per GE, ò per GF.

Per altro volendo considerare le sezioni de' due Canali aperte, varieranno l'altezze delle medesime, variando l'inclinazione de' Canali, come più abasso si dirà.

TEO-

TEOREMA I.

Propofizione I.

Se in un Canale perpendicolare l' acqua partendofi dalla quiete difcenda per il medefimo, gli fpazj paffati da effa in qualfivoglia tempo, fono in duplicata ragione delle velocità medie delle fezioni del detto Canale corrifpondenti agli fpazj fuddetti, e de' tempi del paffaggio.

Si dimoftra. Nel moto equabile gli fpazj corfi da un mobile fono in ragione compofta delle velocità, e de' tempi, *per il Teor. 4. del Galileo Del moto equa-*

bile, *e per il nostro Teor.*5. de' Canali Orizzontali. Ma *per la prima del Galileo Del moto accelerato*, il tempo, nel quale da un mobile si passa qualche spazio partendosi dalla quiete con moto uniformemente accelerato, è uguale al tempo, nel quale il medesimo spazio si passerebbe dal medesimo mobile portato con moto equabile; il di cui grado di velocità sia la metà dell' ultimo grado del primo moto uniformemente accelerato; ed essendo i tempi della discesa, come le velocità nel moto accelerato, *per la seconda del Galileo*; ne segue *per la det-*

ta Propoſizione, *e Coroll.1. del noſtro Teor.5.*, che gli ſpazj nel moto equabile (di di cui tempi ſono uguali a' tempi del moto accelerato) ſaranno in duplicata ragione delle velocità, e de' tempi; e però ancora ſeguirà l' iſteſſo nel moto accelerato; cioè, che gli ſpazj medeſimi, paſſati con moto accelerato da un mobile, ovvero nel caſo noſtro da un acqua, ſaranno in ragione duplicata delle velocità medie delle ſezioni corriſpondenti a' detti ſpazj, e de' tempi de' paſſaggi per li medeſimi; il che ec.

Corollario I.

Ed essendo il medesimo, che un grave cada da un perpendicolo, ò da un piano inclinato, rispetto a' gradi della velocità accelerata (*come dallo Scolio della Proposiz. 2. del Galileo Dialogo 3. Del moto accelerato*); in un Canale inclinato saranno le velocità medie di diverse sezioni, ed i tempi del transito dell'acque per le dette sezioni, nella suddu-plicata delle lunghezze del principio dell' alveo, ovvero delle loro altezze perpendicolari all' Orizzontale, che passa dal prin-

ci-

cipio dell' alveo, al che rispondono l' esperienze.

Corollario II.

Da quanto sopra si deduce la ragione, perchè ne' Canali perpendicolari, ò molto inclinati, si veda sensibilmente abbassata l' acqua verso il loro termine; giacchè crescendo le velocità a misura, che l' acqua si allontana dal suo principio, le sezioni verso il fine saranno gradatamente più veloci di quelle verso il principio dell' alveo, e però essendo le sezioni di un medesimo Canale nella reciproca delle velocità medie *per la Pro-*

posizione 3. del libro 1. Della misura dell' acque del Guglielmini; quanto sarà maggiore la velocità d' una sezione, tanto sarà minore l' altezza della medesima, supposta la larghezza eguale nel Canale.

TEO-

TEOREMA II.

Propoſizione II.

Se ſaranno più Canali inclinati, e perpendicolari, che terminino alla medeſima Orizzontale, le velocità iniziali dell'acqua, che ſcende per i medeſimi dalla quiete nel medeſimo tempo, ſaranno reciprocamente, come gli ſpazj ſuddetti, ò perpendicolo; ed i tempi del tranſito dell'acqua, come le lunghezze de' Canali.

Si dimoſtra la prima parte. E' certo *per il Galileo*, che i momenti, ò velocità della medeſima minima particella d'acqua *Fig.2.*

faranno nella reciproca delle lunghezze AB, AD, AC; ma a proporzione de' medesimi momenti crescono le quantità dell'acqua, che scende dalla quiete per le dette linee, *per la Supposizione* 2., *e* 4.; e però la somma delle minime particelle d'acqua, che scende per la linea A D nel tempo medesimo sarà maggiore della somma delle minime particelle d'acqua, che scende per la linea A B; come è maggiore A B di A D, onde ancora le velocità di tutte due le suddette somme saranno nella medesima ragione.

Che i tempi siano come

me le lunghezze de' Canali (che era la seconda parte del *Teorema*) si prova, come sopra per la medesima minima particella d' acqua *per il Galileo Proposizione* 3. *Dialogo* 3.; onde i tempi di tutte le minime particelle d' acqua, che passa per li Canali AB, A D, saranno ancor essi come le medesime linee, essendo nella reciproca de' momenti; il che ec.

Corollario I.

Essendo le velocità iniziali dell' acqua, che scende nel tempo medesimo per le linee A B, A D, A C, nella reciproca del-

le medesime, saranno come li seni direttamente presi dell' inclinazione de' piani paragonati insieme, ò al perpendicolo, che allora la proporzione sarà de' seni diretti al seno totale.

Corollario II.

Et essendo le quantità dell' acqua, che scende per le linee A B, A D, A C, nella composta de' momenti, ò velocità iniziali della discesa, e del tempo del transito dell' acqua per i Canali suddetti, *per la Supposizione* 2., e 4., ed essendo di più i tempi del transito nella recipro-

ca

ca de' momenti, *per la Proposizione antecedente*, saranno per conseguenza eguali le quantità dell'acqua, che scende per le linee A B, A D, A C, alla medesima Orizzontale, ne' tempi dovuti alle loro discese per i detti Canali.

Corollario III.

Che se paragoneremo l'acque, che scendono per le linee A B, A D, A C nel tempo dovuto alla linea A B, allora l'acque per le linee A D, A C, averanno la medesima proporzione, che le velocità iniziali, o momenti dovuti alle dette linee *per*

la Supposizione 2., *e* 4.; cioè la reciproca delle medesime; e però l' acqua per la linea A D a quella per la linea AB, averà la proporzione dell' A B all' A D.

Corollario IV.

Se li detti Canali debbano servire di scolo ad un Lago, Palude ec., i tempi del transito per i medesimi d' una data porzione d' acqua da estrarsi dal Lago ec. saranno, come i tempi primieri dell' acqua, che passa per i Canali suddetti.

Si dimostra. La quantità dell' acqua, che passa

sa per li due Canali A B, A D, essendo la medesima ne' tempi dovuti al passaggio per i detti Canali, *per il Corollario 2.*, sia $= a$; i tempi del passaggio primiero dell' acqua, che passa per i Canali, saranno A B, A D *per il Teorema antecedente*; l' acqua del Lago da estrarsi sia $= d$; Fatta la solita analogia, i tempi del passaggio dell' acqua $= d$ saranno $\frac{d \times AB}{a}$, $\frac{d \times AD}{a}$: : A B : AD, il che ec.

Co-

Corollario V.

Che se li Canali A B, A D, dovessero servire per far andare le ruote d'un Molino, ò altra Fabbrica, sarebbe anche più vantaggiosa la linea A D, che l'A B, *per il Corollario 3.*

Dal che si puole avere in pratica il modo di servirsi utilmente dell'acqua di qualche ricettacolo superiore a dette Fabbriche, colla sola maggiore inclinazione de' Canali più lunghi del perpendicolo.

Esempio.

Sia un Molino, che macini con una forza, ò velo-

locità per D H, che sia 12., Star. 10 grano per giorno, e voglia macinarne 15.; se faremo come 10. a 12. così 15. a 18., vi bisognerà un' acqua, che abbia una forza, ò velocità, che sia alla primiera come 18. a 12.

Fig.3.

Facciasi dunque, come 18. a 12. così DH ad H E, prolungato il ricettacolo in E, e fatta la sponda G F E perpendicolare alla linea E H, di maniera che il foro F E sia uguale al foro D C, quando siamo sicuri, che l' acqua A B G resti al medesimo livello di prima, averemo l' intento.

Nè deve far difficoltà alcuna, l' aver noi nell'

antecedenti Proposizioni fatta precisione dalla pressione dell'acqua; perchè questa [*secondo il sentimento del Guglielmini a c.82. cap.4. Della natura de' Fiumi*] non deve considerarsi ne' Canali di gran caduta, o declività, e quando dovesse considerarsi, poco o nulla altererà la proporzione stabilita.

TEOREMA III.

Proposizione III.

Se saranno due Canali, de' quali siano differenti l' altezze, e lunghezze, l' acque, che passano per i medesimi, ne' tempi dovuti alle loro lunghezze, ed altezze,

saranno tra di loro nella ragione dell' altezza del primo Canale alla media tra la detta, e l' altezza del secondo Canale.

Siano i Canali B A, B C; ed il Canale B C sia tagliato in F dall' Orizzontale A E, tirata dall' estremo punto del Canale B A; sia B L media tra B F, e B C; dico, che l' acqua, che passa per il Canale B A, all' acqua, che passa per il Canale B C, ne' tempi dovuti alle loro lunghezze, ed altezze, è come B E a B I.

Fig. 4.

Si dimostra. L' acqua del Canale B A, all' acqua del Canale B C, è in proporzione composta del momen-

mento, ò velocità iniziale per B A al momento per B C; cioè di B F a B A *per il Teorem.2.*, e del tempo per B A al tempo per B C, per *la Suppoſizione 2. e 4.*, cioè per *il Lemma ſeguente* di B A a B L. Eſſendo dunque la compoſizione di ragione dell' acqua per B A, all' acqua per B C, queſta di B F a B A, e di B A a B L per il detto di ſopra; la ragione dell' acqua per B A all' acqua per B C, ſarà *ex æqualitate* di B F a B L, cioè *per la* 4. *del* 6. di B E a B I, media fra B E, e B D, il che ec.

Lemma.

Se saranno due Canali, ineguali di lunghezza, ed altezza, i tempi del passaggio dell'acqua per i medesimi, saranno, come la lunghezza d'un Canale alla media tra il segmento tagliato dall'Orizzontale del detto Canale, nel Canale più declive, e la lunghezza del medesimo.

Si dimostra. Il tempo *Fig.4.* per B A al tempo per B F, è come B A a B F *per il Teorema 2.*; il tempo per B F al tempo per B C, come B F a B L *per il Teorema 1.*; e però la composizione di ragione sarà di

di B A a B F, e di B F a B L; onde *ex equalitate* la ragione de' tempi sarà di B A a B L, il che ec.

Corollario I.

Dovendo estrarsi da un Lago ec. una data quantità d'acqua per mezzo de' Canali A B e B C; sarà la proporzione de' tempi del passaggio di dett' acqua, quella di A B a F B, segmento della BC tagliato dall' Orizzontale A E.

Si dimostra. Se si farà la dett' acqua $= a$, fatta la solita analogia, sarà il tempo del transito dell'acqua $= a$ per il Canale B A, al

al tempo del tranſito della medeſima per il Canale B C, come $\frac{a \times BA}{BE}$ ad $\frac{a \times BL}{BI}$; cioè di $\frac{BA}{BE}$ a $\frac{BL}{BI}$; ovvero di A B I ad E B L; O' pure [eſſendo E B L = F B I per le proporzionali B L. B F : : I B. B E] come A B I. F B I : : A B. F B; Il che ec.

Corollario II.

Dall' antecedente Corollario ne ſegue, che eſſendo il tempo d' una data quantità d' acqua = d, da eſtrarſi per il Canale A B, più corto, e meno declive, al tempo per il Canale

le B C più lungo, e più declive, come A B a B F; ed essendo sempre B F più corta di A B *per Euclide*; sarà sempre più vantaggioso per estrarre una data quantità d'acqua d'un Lago, Palude ec. in tempo più breve, il Canale B C, che il Canale A B, benchè più corto.

Corollario III.

Con la medededesima dimostrazione si proverà, che volendo paragonare il Canale A B col Canale B D perpendicolare; l'acqua che passa per B A, all'acqua, che passa per B D in tempi determinati, sa-

farà come B E a B I, ed il tempo del transito d'una medesima porzione d'acqua per il Canale B A, al tempo del passaggio della detta per il Canale B D, sarà come B A a B E

TEOREMA IV.

Proposizione IV.

Se saranno due Canali, l'elevazione de' quali abbia doppia ragione di quello, che hanno le loro lunghezze, l'acque, che passano per i detti in tempi determinati, saranno nella reciproca delle lunghezze de' Canali fino all' Orizzontale del Canale più corto, cioè come B F *a* B A, *ovve-*

Fig. 4.

ovvero, come i loro momenti.

Si dimostra. Essendo *per il Teorema antecedente*, l' acqua, che passa per i Ca-
Fig.4. nali A B, e B C, nella composta di B F a B A, cioè de' momenti, e di B A a B L, cioè de' tempi; ed essendo [*in questa Supposizione, che nulla operi la pressione*] *per il Galileo Proposizione 6. e 9. Del moto accelerato*; i tempi uguali per la medesima minima particella d' acqua, e conseguentemente per tutta quella, che dietro alla prima acqua ingombra, ed occupa li spazj B A, e B C; sarà dunque B A = B L, e però l' acqua, che passa per BA, all'acqua, che passa

ſa per B C, ſarà come B F a B A, il che ec.

Corollario I.

Dovendo ſimili Canali ſervire di ſcolo, per ſcaricare una data quantità d'acqua d'un Lago ec., i tempi del paſſaggio della medeſima per i Canali ſuddetti ſaranno nella reciproca de' momenti de' detti Canali, cioè come A B a B F.

Si dimoſtra. Eſſendo *per la Propoſizione antecedente* l'acque, che paſſano per li Canali ſuddetti, come B F a B A, ſiano i tempi de' tranſiti ſuddetti = *a*, per eſſer eguali per

il Teorema antecedente, l'acqua del Lago da estrarsi $= b$; fatta la solita analogia, saranno i tempi del transito dell'acqua $= b$ per i Canali B A, B C, $\frac{ab}{BF}$. $\frac{ab}{BA}$ :: B A. B F per *Euclide*; il che ec.

Corollario II.

Se vorremo paragonare i Canali A B, B D, si dimostrerà nell'istessa maniera, che l'acqua, che passa per A B, all'acqua, che passa per B D, in tempi determinati, sarà come B E ad A B, ed il tempo del passaggio d'una data

data quantità d'acqua per A B, al tempo per B D, sarà come A B a B E.

TEOREMA V.

Proposizione V.

Se i Canali A B, B C, saranno uguali, l' acqua, che passa per A B, a quella per B C, sarà come B E a B I; ed i tempi del passaggio dell' acqua medesima = a, da cavarsi da un Lago per i Canali AB = BC, come B D a B E, conversa duplicata di B E a B I, ò reciproca dell' altezze de' Canali.

Fig. 4.

Si dimostra la prima parte. *Per il Teorema* 3. la composizione di ragio-

ne sarà di B F a B A = B C, e di B A = B C a B L, cioè *ex æqualitate* di B F. B L :: B E. B I.

La seconda parte. *Per il Corollar.* 1. *del Teorem.* 3., il tempo del passaggio della medesima acqua = *a* per A B, B C separatamente, sarà come A B a B F, cioè per esser A B = B C per supposizione, come B C. B F :: B D. B E; il che ec.

Corollario.

Si dimostra nell'istessa maniera, che l'acqua, che passa per il Canale B A, a quella, che passa per il Canale B D, sarà come B E, a B I, ed il tempo del

del transito d' una data quantità d' acqua per il Canale B A, al tempo per il Canale B D, sarà come B D a B E.

Scolio I.

Dalle *Proposizioni* 2. 3. 4. *e* 5. si ricava, che in qualunque combinazione de' Canali inclinati per l' esito d' una porzione d' acqua di un Lago [*nella nostra Supposizione*] sarà sempre più vantaggioso il Canale più inclinato benchè più lungo, che il Canale meno inclinato; quantunque sia più corto, essendo sempre la proporzione de' tempi quella di A B a B F.

Scolio II.

Si deduce ancora, che ne' noſtri Canali inclinati, che devono ſervire di ſcolo ad un Lago ec., la brevità della linea deve ſolo attenderſi, quando partendoſi dalla medeſima Orizzontale debbano terminare ad un'altra Orizzontale, giacchè in tal caſo, *per quello ſi dimoſtra nella Propoſizione* 2. *e ſuoi Corollarj*, tutto il vantaggio ſarà per la linea più breve.

TEO-

TEOREMA VI.

Propoſizione VI.

Se ſaranno due Canali, come A B, A E F, che debbano ſervire di ſcolo ad un Lago, Piena ec., il tempo del tranſito d'una data quantità d'acqua per il Canale A B, al tempo del tranſito della medeſima per il Canale infleſſo A E F, *ſarà come* A B *ad* A C + $\frac{AC \times EM}{AE}$

Fig. 5.

Si dimoſtra. Il tempo del tranſito della medeſima acqua per A B, ſarà, per *il Corollar. 1. del Teorem. 3.*, al tempo del tranſito della detta per A E, come

A B ad A C; il tempo del transito per A E, al tempo del transito per E F, come AE ad E M, segmento della media I M, tagliato dal piano A G, per *il Galileo Propos.* 11. *Del moto accelerato. Dialogo* 3. E perciò fatta la composizione di ragione così; A E. E M : : A C. $\frac{AC \times EM}{AE}$; sarà la ragione del tempo per A B, al tempo per E F, la composta di AB. AC. $\frac{AC \times EM}{AE}$; onde componendo il tempo per A B al tempo per A E. + E F sarà come A B ad A C+ $\frac{AC \times EM}{AE}$; il che ec.

Sco-

Scolio I.

Queſta determinazione del tempo procede nella ſola ippoteſi del *Galileo*, che paſſando il mobile dal piano A E ſul piano E F, non moderi la velocità già conceputa, *come nota il Padre Abbate D. Guido Grandi nella Lettera in fine di queſto*.

Scolio II.

Per l'eſito dell'acqua d'un Lago, Piena ec. non ſarebbero da conſiderarſi, che le linee A B, A E; giacchè ancorchè foſſe più lunga A E come A G, ſem-

pre sarà vero *per il Teorema* 3., che il tempo per A B al tempo per A G, per l'esito dell'acqua di un Lago, sarà come A B ad A C, e così prolungando la medesima linea A G sempre più in infinito. Lo svantaggio può esser di quei luoghi, che confinando con E G, E F, dove prima veniva retto il Canale A G, fatta la voltata E F, averanno la piena di passaggio per la linea E F, nel supposto del *Galileo*, per un tempo più lungo, quanto è il valore di $\frac{AC \times EM}{AB}$, e così di altri casi ec.

Scó-

Scolio III.

La suddetta dottrina, portata nelle antecedenti Proposizioni, sarà applicabile a quelle Campagne, che debbano bonificarsi per mezzo di Canali di scolo; avendo, come vedremo quì abbasso, in tali Campagne [che sogliono esser al più di braccia 4. di pendenza per miglio] li scoli aperti eguale la loro primitiva sezione; ma prima si premetta la seguente Proposizione.

**
***
**

TEOREMA VII.

Propoſizione VII.

Se ſaranno due Canali, che debbano ſervire di ſcolo ad un Lago, con le ſezioni primitive aperte, e di eguale larghezza; l' altezze delle ſezioni primitive ſaranno, come i ſeni del complemento dell' inclinazione de' Canali, ſuppoſta in dette ſezioni le ſuperficie dell' acqua paralella al fondo de' Canali.

Sia l' altezza dell' acqua *Fig.6.* del Lago, C L, la ſuperficie dell' acqua de' Canali, L D G, L E H; le ſezioni primitive C E, C D; dico, che

che queste saranno tra di loro, come i seni del complemento degli angoli d'inclinazione I C M, F C M

Si dimostra. Il complemento dell' angolo F C M *Fig.6.* è l' angolo N C F, ò l' eguale C L D, ed il complemento dell' angolo I C M, è l'angolo N C I, ò l' eguale C L E. Posto dunque nel triangolo C L D, C L seno totale, sarà C D seno dell' angolo C L D; e similmente nel triangolo, C L E, posto C L seno totale, sarà C E seno dell' angolo C L E; dunque C D a C E, starà come il seno del complemento dell' inclinazione F C M, al seno del complemento dell'

in-

inclinazione I C M, il che ec.

Scolio I.

Si è posta l'ippotesi, che la superficie dell'acqua de' Canali sia paralella al fondo, il che in rigore anche nelle prime mosse dell'acqua dalle sezioni C D, e C E, non sussiste, per l'accelerazione, che ne segue; è ben vero, che essendo sul principio del moto, questa sarà fisicamente insensibile, e però si potrà prendere per paralella al fondo senza scrupolo di errore ne' calcoli.

Sco-

Scolio II.

Nelle Campagne, che hanno bisogno di scolo, saranno perciò le sezioni primitive fisicamente eguali, che è quello, che si era detto di provare *nello Scolio 3. della Proposizione 6.*

Sia la lunghezza del Canale C E di tre miglia, *Fig. 7.* la quale per solito è delle maggiori lunghezze di tali Canali, cioè brac. 9000., essendo un miglio pertiche 600. e braccia 3000., la maggiore pendenza, che sogliasi trovare in Campagne, che abbiano bisogno di simili Canali, è al più di braccia 4. per miglio; giac-

giacchè nelle Campagne di maggior declività, vi bisognano operazioni tutte differenti, come di sostegni per trattenere la troppo grande velocità dell'acque, che sogliono apportare gran danni con gli scavamenti superflui de' loro Canali; sarà dunque E H braccia 12., e però l'angolo d'inclinazione E C H sarà mi.4. 35'', onde l'angolo del complemento D C E = 89°. 55'. 25''. Posta adunque C B = braccia 5 altezza del Lago, avendo noto l'angolo C B E = 89°. 55'. 25''

25.,averò noto CF = braccia 4. 11. 11.

Pongasi adesso CE = braccia 9000., E H sia un braccio, sarà l' angolo E C H = secondi 22; e però l'angolo ECD = 89°. 59'. 38''., onde C F = sarà come prima = br. 4. 11. 11.; Dunque in tali Campagne le sezioni primitive de' Canali saranno fisicamente uguali; il che ec.

Scolio.

Da questo si deduce, che sarà applicabile agli scoli di simil sorta la dot-

dottrina di sopra portata nelle antecedenti Proposizioni della presente *Parte Seconda*, senza scrupolo d' errore nel calcolo. Nè deve fare alcuna difficoltà l'aver noi tralasciato di considerare la pressione dell' acqua; Giacchè trattandosi di cercare il vantaggio de' Canali più, ò meno inclinati; da' quali depende il solo momento della discesa, non era uopo far menzione della pressione.

Per altro in generale, come si è veduto di sopra, le sezioni primitive de' Canali aperti sono fisicamente, come i seni dell' inclinazione de' Ca-

na-

nali, ed allora l'acque, che escono dalle medesime, saranno (prescindendo dalla pressione) nella composta dell' altezze delle sezioni (quando siano eguali le larghezze de' Canali) de' tempi, e delle velocità primitive; onde presi i tempi eguali, saranno nella composta dell' altezze delle sezioni, e delle primitive velocità; e però si darà luogo al seguente Problema.

PROBLEMA I.

Proposizione VIII.

Data l' altezza dell' acqua d' un Lago, ò Reservato-

torio, e dati gli angoli d' inclinazione di due Canali da costruirsi all' incile del Lago per scolo del medesimo, trovare la proporzione de' tempi, ne' quali passerebbe per i detti Canali una data quantità d' acqua da cavarsi dal Lago suddetto, supposto, che la superficie del medesimo fosse sempre l' istessa, cioè, che tant' acqua esca, quanta n' entra nel Lago.

Trovisi *per l' antecedente* ne' Canali D N, D I (de' quali è data l' inclinazione M D N, M D I, e l' altezza dell' acqua del Lago D C) l' altezza delle sezioni D E, D F, *e per quello si dice dal Guglielmini Esempio* 1. *all' Appen-*

Fig.8.

dice c.145., averemo la quantità dell' acqua, che in un minuto di tempo esce dalle sezioni D E, D F; se dunque per questa divideremo l' acqua del Lago da estrarsi, i quozienti saranno i tempi, ne' quali l' acqua data passerà per le sezioni D E, D F, e però averemo la ricercata proporzione: il che ec.

Scolio.

Potevano trovarsi l' altezze delle sezioni D E D F per mezzo della *Proposizione 2. del libro 5. del Guglielmini Della misura dell' acque*, ma il concluder-

dersi in detta Proposizione, che tant' acqua uscirà nel tempo istesso per la sezione C D del Canale Orizzontale D M, che per quelle degl' inclinati D E D F, dà qualche sospetto di errore; dimostrando in detta Proposizione, che i complessi delle velocità della sezione D C, e delle sezioni D F, ò D E, saranno uguali, ed essendo per *il medesimo Guglielmini* i complessi delle velocità di due sezioni, come la quantità dell' acqua, che passa per le medesime in tempi uguali, *per il Corollario della Propos.15. del 1. Della misura dell' acque*; saranno perciò uguali le

quan-

quantità dell' acqua, che esce in tempi uguali per la sezione D C del Canale Orizzontale D M, e per le sezioni D F, D E de' Canali inclinati D I, D N. Il che sussistendo, sarebbe inutile affatto l' affaticarsi con le livellazioni per ritrovare i luoghi più proprj, e di maggior pendenza per gli scoli delle Campagne, bastando ogni Canale, ancorchè Orizzontale. Ma essendo ciò contrario all' esperienze; converrà dunque credere qualche abbaglio nella detta Proposizione, dove non si prescinde, nè dalla pressione, nè dalla velocità della discesa, anzi *Fig. 9.*
si

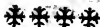
ſi vuole di eguale energia l' una, e l' altra; eſſendo a parer mio male applicata la dottrina del vaſo ſerrato *della Propoſ.2.del lib.2.*, dove l' acqua eſercita la preſſione con tutta la ſua energia, e può per queſto avere la medeſima velocità uſcendo dal lume B, che ſe fuſſe ſceſa dal punto A in B; ma non può dirſi che ſegua il medeſimo in una ſezione Orizzontale libera, la di cui preſſione è divertita dal moto Orizzontale; e però togliendo il detto moto parte dell' impeto verticale, non premerà con la medeſima forza, che nel vaſo ſerrato, dove dalle

Fig.9.

ſpon-

ſponde del vaſo l'è impedito ogni moto tranſverſale. Da tutto ciò parmi di poter concludere, che più operi la pendenza di un Canale per render veloce un'acqua, che la preſſione d'una ſezione d'un Canale Orizzontale, che ſia tanto alta, quanto è l'altezza del Canale inclinato, miſurata dall'Orizzontale, che paſſa per il principio del Canale: Il determinare poi quanto operi la preſſione, richiede, ed altra intelligenza, ed altro ſtudio.

Figur. 10.

❋❋❋❋
❋❋❋
❋❋

TEOREMA VII.

Propoſizione VIII.

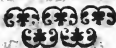
Se paſſi un' acqua per un tempo determinato per il Canale A C, e poi continui per l' infleſſa C G, la ſezione del medeſimo Canale ſotto al punto C, che riſente il piegamento dell' angolo A C B, ſi alzerà di più con tal parte di alzamento, (ſuppoſta la larghezza medeſima del Canale), che ſtia tutta l' altezza della medeſima all' altezza della ſezione ſuperiore al punto C, che non riſente il detto piegamento, come il ſeno totale A C, alla C B ſeno del com- Figur. 10.

ple-

plemento dell' angolo A C B, con cui sono vicendevolmente inclinati i detti piani.

Per la Proposizione 8. *delle Note del Padre Abbate Grandi al Trattato del Galileo Del moto accelerato*, la velocità media dell' acqua dopo la discesa per A C (che è la medesima, che quella della sezione al punto C, che non risente il piegamento C G) alla velocità della prima sezione dopo il punto C, che risente il piegamento C G, sarà come A C a C B; e però la velocità media della sezione al punto C, che risente il piegamento, a quella al punto C, che non risente il piegamento,

convertendo sarà, come C B a C A; Onde essendo le velocità medie di due sezioni d'un medesimo Canale nella reciproca delle sezioni, per *la Proposizione 3. del lib. 1. Della misura dell' acque del Guglielmini*; e nel caso nostro dell' altezza delle sezioni [per l'eguale larghezza delle medesime] l'altezza della sezione al punto C, che risente il piegamento, a quella al punto C, che non risente il piegamento, sarà come C A a C B; il che ec.

Figur. 10.

Co-

Corollario I.

Si deduce *da questa Proposizione, e dal Coroll.3. della Proposiz.8. delle Note al Trattato del Galileo del Padre Abbate Grandi*, che scendendo un' acqua per il Canale A C, e poi seguitando il suo corso per il Canale Orizzontale C G, l'altezza delle sezioni del Canale Orizzontale CG, all'altezza dell' ultima sezione al punto C, che non risente il piegamento, sarà come A C seno totale, a B C seno dell' angolo B A C dell' inclinazione del Canale A C col perpendicolo, ò seno del comple-

Figur. 11.

mento dell'inclinazione. DAC.

Corollario II.

Che se l'acqua caderà per il Canale A B perpendicolare all'Orizzontale B G, perdendo *per il Coroll.* 4. *della detta Proposizione* contro l'ippotesi del *Galileo* ogni moto [prescindendo dalla forza elastica del ribalzo] si alzerà se sarà contenuta fino al punto A, e per se stessa non averà più moto; che se si vede succedere il contrario, ciò deve attribuirsi alla fluidità, ed alla pressione dell'acqua, che la forza a correre per il Canale

le C G, non potendo reggersi ammontata senza spargersi Orizzontalmente.

Scolio I.

Volendo ridurre alla pratica la suddetta dottrina, si potrà facilmente sapere il pregiudizio, che può apportare alle ruote di un Molino, ò altre Fabbriche, il piegamento di dette linee; Giacchè supposta l'altezza delle sezioni in G data, dove l'acqua del Canale non risente il piegamento, e sapendo per le livellazioni l'angolo G C I del piegamento, e le linee A C, C G con le loro altezze,

Figur. 10.

AE, EF, ſuppoſto AC il ſeno totale, ſaprò ancora nelle miſure di AC la linea CB, e perciò la proporzione dell' alzamento della ſezione al punto C, che riſente il piegamento [eſſendo *per il Teorema antecedente* l' altezza della detta ſezione a quella, che non riſente il piegamento, come AC a CB]; onde vedrò, ſe tale altezza è capace di fare, che peſchino le ruote del Molino, con altre conſiderazioni, che da queſto paragone potranno ricavarſi.

Sco-

Scolio II.

Che se averemo le ruote d' un Molino, delle quali sia ritardato il moto per il poco declive della linea C G, e debba togliersi un braccio d' altezza [perchè si raggirino con maggior velocità] alla sezione al punto C, che risente il piegamento della linea C G, essendo l' altezza dell' acqua alle ruote braccia 2., e quella di A C di un mezzo braccio, se faremo *per il Teorema antecedente*, come 1 a $\frac{1}{2}$ così A C seno totale a

 CB

CB seno del complemento dell' angolo A C B, che corrisponde all' altezza d' un braccio della primitiva sezione della linea G G; onde tirata la linea di pendenza C G, che faccia con la linea C I l' angolo A C B, ritrovato averemo l' altezza dell' acqua alle ruote di un solo braccio.

Scolio III.

Non si deve per ultimo ommettere, *come dimostra il Padre Abbate D. Guido Grandi nella Proposizione 10. delle Note al Trattato del Galileo Del moto accelerato*, che le linee rette,

quali noi abbiamo ſuppo-
ſte ne' Canali inclinati,
non ſono le più veloci,
ma bensì le linee cicloi-
dali; come convince l' eſ-
perienza delle livellazioni,
e la geometrica dimoſtra-
zione del ſuddetto inſigne
Matematico.

FINE.

LETTERA

Del Padre Abbate

D. GUIDO GRANDI.

All' Autore.

MI rallegro con V.S. Illustrissima, che abbia felicemente condotto a fine il suo utilissimo Trattato del corso dell' acqua ne' Canali, tanto paralelli all' Orizzonte, che ad esso inclinati. Materia molto astrusa, oscura, e difficile, per gli equivoci, a cui è soggetta, da' quali non era così agevol

co-

cosa il guardarsi in tanta confusione, ed ambiguità de' termini, che in vario significato da diversi Autori talora vengono adoperati; il che imbroglia più tosto, che rischiari la mente de' Leggitori men cauti, quando da un buon genio, pari a quello di V.S. Illustrissima, non siano animati, e da una perspicacia, e chiarezza d'intelletto simile al suo, non vengano diretti a superare, e dissipare le difficoltà, che si attraversano, e che arrestano molti dallo studiare, e penetrare ben fondatamente un soggetto così importante.

Godo per tanto, che il vivo desiderio di giovare al Pubblico, sempre mostrato da V.S. Illustrissima in tanti rilevanti affari, alla sua provida cura commessi da cotesta Serenissima Repubblica, voglia adesso ancora segnalarsi nel pubblicare questa sua Operetta, in cui dimostra tante, e sì belle verità, che in dipendenza delle Supposizioni da lei fatte ha veduto potersi raccorre, & adattare con buon giudizio alla pratica.

Io ho letta con mio sommo piacere l'una, e l'altra Parte di essa, nè altro per ora mi occorre di significarle; se non che nel

ve-

vedere alla *Proposizione 6. della seconda Parte*, che ella discorre del tempo, in cui l'acqua verrebbe per due Canali a qualsivoglia angolo inclinati, nell'ippotesi del *Galileo*, che suppuone, non raffrenarsi dal soggetto piano la velocità già conceputa da un mobile, per qualunque via siasi portato in esso; mi venne desiderio di considerare quello dovesse accadere nell'altra Supposizione del *Varignonio*, da me spiegata nelle Note al Trattato del *Galilelo* Dell'accelerament o del moto *alla Proposizione 8.*, cioè, che veramente nel passaggio da un piano in un altro meno

de-

declive, essendo il mobile più sostenuto, si moderi la velocità precedentemente acquistata a misura del seno di compimento dell' inclinazione d' ambedue i piani.

E giacchè *nella Proposizione* 7. susseguente nell' Operetta di V.S. Illustrissima veggo esser approvata, ed abbracciata questa ippotesi, come veramente più verisimile, mi è parso bene, oltre il già pubblicato nelle suddette Note, spezialmente *alle Proposizioni* 14. 15., che può adattarsi a questo proposito, di comunicarle la seguente

Propoſizione.

Scenda un mobile dalla quiete in A lungo il piano inclinato A C, indi ſi volga ſul piano meno declive C G, moderandoſi nell' ingreſſo la conceputa velocità A C, e diventando, come C B, ſeno di compimento dell' angolo A C B; e tirata ſopra A C la perpendicolare B H, indi l' Orizzontale HE, che convenga col piano C G in E; e tra le due C E, G E, poſta la media proporzionale M E, ſi facciano gli angoli retti C E D, C M K, C G F: dico, che il tempo per la ſola A C, al tempo della ſceſa

Figur. 12.

per

per le due A C, C G, sarà come A C ad A K, o come B C a B M.

Imperocchè *per il Corollar.2. della suddetta Proposizion.8. delle mie Note* caderà il mobile per la C G, dopo la caduta A C, affetto di tale velocità, come se caduto fosse dal punto H, cioè dall' Orizzontale H E; e però come se avendo scorsa la E C, dovesse continuare per la C G: Ma essendo A C misura del tempo per A C, sarà B C misura del tempo per HC; per esser A C, B C, H C proporzionali; ed essendo H C a C E [cioè il tempo per quella al tempo per questa] come C B a C D

Figur. 12.

[per-

[perchè pafferebbe un cerchio per gli angoli D, E, B, H del quadrilatero D E B H, avendo gli angoli retti H, E; e però il rettangolo E C B uguaglia il rettangolo D C H] ficcome C B mifura il tempo per H C, ancora C D mifurerà il tempo per C E; E per effer CE ad EG in duplicata ragione di C E ad E M, ò di C D a D K; farà il tempo per la E G mifurato dalla D K; Dunque il tempo per C G dopo la fcefa E C, ò dopo la caduta per A C, che è il medefimo, farà mifurato dalla C K; ed era il tempo per l' A C rapprefentato dall' iftefla A C; dunque

que il tempo per le due A C, C G, sarà rappresentato dall' A K; e però il tempo per l' A C, al tempo per le due A C, C G, sta come A C ad A K, ovvero come B C a B M; il che ec.

Corollario I.

Se la retta A C sarà perpendicolare all' Orizzonte, la B H si confonderà con l' Orizzontale H E; e cadendo il punto E in B, la E D sarà l' istessa con la B A, coincidendo il punto D col punto A; e però in tal caso misurandosi il tempo per A C dall' A C, sarà il tempo per le due A C, C G, misurato dall' A K,

Figur. 13.

la

la quale allora è media proporzionale fra le due A C, A F.

Corollario II.

Se sopra i diametri A C, C K, C F, si faranno i Semicircoli A B C, C M K, C G F, quest' ultimo sarà il luogo, a cui terminano i piani C G, Cg, comunque inclinati dal punto C, per cui dopo la caduta perpendicolare A C rivolgendosi un mobile, li passerebbe in ugual tempo.

Figur. 14.

Perchè siccome F A, K A, C A, sono continuamente proporzionali, così per la simiglianza de' triangoli saranno conti-

nua-

nuamente proporzionali GB, MB, CB; ed altresì gb, mb, Cb; Dunque se il tempo per AC è misurato dall' AC, il tempo per HC sarà BC, e per la BC sarà la medesima AC, e per la BG sarà l' AK, che è ad AC come MB a BC; cioè in sudduplicata ragione di GB a BC; e però il tempo per la CG, dopo la caduta AC, ò dopo la BC, [che in questa ippotesi è lo stesso] sarà sempre la medesima CK, che misura altresì il tempo per il diametro CF dopo l'istessa caduta AC.

Figur. 14.

Ma se volessimo il luogo de' piani CG, Cg, da scor-

scorrersi in un medesimo tempo CK, dopo la scesa, non dal perpendicolo AC, ma da un piano di data inclinazione, e lunghezza, il Problema riuscirebbe più imbrogliato a determinarsi: Non creda però V.S. Illustrissima, che fosse per darsi qualche curva stravagante, perchè ci darebbe ancora in questo caso una porzione di cerchio.

Nell' ippótesi bensì del *Galileo*, che mantengasi passando in qualunque piano l' istessa invariata velocità concepùta dal mobile, ne viene per luogo de' piani da scorrersi in egual tempo dopo una me-

de-

desima caduta una strana curva, che è una concoide circolare di *Eutocio*, e che si dimostra essere una Epicicloide; ma io non ho tempo da stenderne ora la dimostrazione, riserbandomi a farlo con maggiore opportunità; non essendo ancora il dovere di abusarmi più lungamente della pazienza esercitata da V.S. Illustrissima in sentire queste mie ciarle; onde senza più trattenerla con tutto l' ossequio mi rassegno

Pisa a dì 20. Genn. 1722.
Di V.S. Illustrissima

Devotiss. Obligatiss. Serv.
D. Guido Grandi.

F.a 2.a
A
D
B
D
C
I
H
F.a 4.a
B
G
F
E
A
F
E
L
I
H
C
D
F.a 5.a
F.a 6.a
A
I
A
B
L
D
E
D
C
M
G
F
H
I
N
H

F.a 7.a
G
F
H
E
F.a 8.a
A B C G
F
H
E
D
M
P
N
L
I
O
F.a 9.a
C
B
F.a 10.a
A
B
D
C
E
G
I
F
F.a 11.a
A
D
B
C
G

F.a 12.a
D
A
E
H
B
C
M
K
G
F
F.a 14.a
A
b
h
B
H
C
M
m
G
K
g
F